PREMIO DANTI

10 Aprile 2026 – X Edizione

Gara di Matematica Premio Danti

Dipartimento di Matematica e Informatica

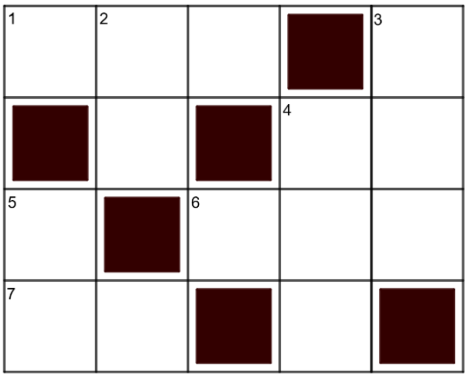
Università degli studi di Perugia

1. La gara consiste nella risoluzione in 120 minuti di quattro quesiti assegnati del valore di 10 punti ciascuno.
2. La soluzione di ciascun quesito richiede una dettagliata **argomentazione** o **dimostrazione**.
3. **E' assolutamente vietato, pena l'esclusione, l'utilizzo di qualsiasi ausilio (libri, appunti, calcolatrici) o dispositivo elettronico e la comunicazione con esterni alla squadra**.
4. Durante i **primi 30 minuti** è consentito porre domande alla commissione per chiarimenti sul testo della gara.
5. I componenti della squadra non possono lasciare l'aula di gara prima della consegna, che comunque non deve avvenire prima di 90 minuti dall'inizio.
6. La soluzione dei quesiti deve essere scritta in modo ordinato e leggibile esclusivamente sui fogli consegnati dal commissario. A pena di esclusione, l'elaborato NON dovrà contenere segni che lo rendano riconducibile alla squadra o alla scuola. Il nome del capitano e della scuola dovranno essere scritti nel foglio appositamente predisposto che verrà restituito in busta chiusa. Quest'ultima, insieme all'elaborato, sarà a sua volta inserita in una busta che verrà sigillata e consegnata al commissario.
7. Per quanto non indicato si fa riferimento al regolamento.

Per la contestualizzazione dei quesiti ci siamo a volte ispirati a fatti realmente accaduti della vita di Ignazio Danti, adattando comunque le situazioni alla peculiarità di quanto proposto. Quindi, ogni riferimento a fatti e persone è da ritenersi il frutto delle esigenze narrative del testo.

1. CRUCINUMERICO

Ignazio è un appassionato di enigmistica e tre amici hanno creato per lui il seguente cruciverba numerico. ***Provate a risolverlo giustificando adeguatamente i risultati ottenuti e sapendo che x e y sono due numeri palindromi.***



ORIZZONTALI

1. La somma delle basi naturali $b < 1000$ tali che 36_b è un quadrato perfetto e 27_b è un cubo perfetto.

4. La somma delle basi naturali $b > 9$ per cui il numero 17_b è divisore di 97_b.

6. Il numero in base 10 di tre cifre abc che rappresentato in base 9 è nella forma bca con a,b e c non necessariamente distinte.

7. La somma del numero dei divisori quadrati perfetti e del numero dei divisori cubi perfetti di $(202)^6$.

VERTICALI

2. x

3. y

4. Il numero di insiemi $\{a,b,c\}$ composti da tre numeri naturali distinti tali che il prodotto di essi è uguale al prodotto di 11, 21, 31, 41, 51 ,61.

5. Il numero minimo di addendi necessari per scrivere 2080 come somma di numeri di due cifre non necessariamente distinti.

2. GLI ASTROLABI RIBELLI

Nel grande chiostro di Santa Maria Novella, Ignazio Danti ha disposto 333 astrolabi lungo un muro, numerandoli da 1 a 333 procedendo da sinistra verso destra (dal punto di vista di Danti che li osserva). Per una complessa verifica astronomica, Danti ordina a ciascun allievo assegnato a un astrolabio di eseguire un calcolo:

"*dividere il numero di astrolabi presenti alla propria sinistra per il numero di quelli alla propria destra, e moltiplicare il risultato per il proprio numero*".

Tuttavia, due allievi "ribelli" decidono di usare una formula segreta*: al numero di astrolabi alla loro sinistra sottraggono il numero di quelli alla loro destra, dividono il risultato per 2, moltiplicano l'ottenuto per 3 e infine sommano 3*.

(**Attenzione:** le diciture "destra" e "sinistra" nei calcoli si riferiscono al punto di vista degli astrolabi stessi, che "guardano" verso Danti posto di fronte a loro).

Sorprendentemente, quando Danti controlla i calcoli, si accorge che i due allievi ribelli hanno ottenuto esattamente lo stesso risultato che avrebbero ottenuto seguendo la regola ufficiale!

Sapendo che l'astrolabio numero 1 non è uno di quelli ribelli, quali sono i numeri dei due astrolabi ribelli?

3. LE FORTIFICAZIONI DI BELVEDERE

Per proteggere il Forte di Belvedere, Ignazio Danti progetta una muraglia a forma ottagonale con un solo lato aperto per l'ingresso.

Sui rimanenti 7 lati fa posizionare 15 scudi araldici di bronzo, numerati da 1 a 15: uno su ciascuno degli 8 vertici della muraglia e uno al centro di ciascun lato.

Per ragioni di armonia ed esoterismo, Danti dispone gli scudi in modo che la somma dei tre numeri presenti su ciascun lato (i due vertici e il centro) sia la stessa per tutti e 7 i lati, e che questa somma costante sia la minore possibile.

Sappiamo che nei due vertici che affiancano l'ingresso sono posizionati gli scudi 10 e 15, e che al centro del lato adiacente allo scudo 15 si trova lo scudo 1.

Qual è il prodotto dei numeri posizionati sui restanti 6 vertici interni dell'ottagono?

4. LE DUE TORRI DI GUARDIA

Durante i lavori di fortificazione, Ignazio Danti traccia sul terreno un lungo segmento murario AB. Sceglie un punto M all'interno del segmento e, per difendere quel tratto, fa innalzare le basi di due torri a pianta quadrata, costruendole dalla stessa parte rispetto al muro AB: la prima torre ha come base il quadrato $AMCD$ e la seconda ha come base il quadrato $BMEF$.

Per organizzare le ronde notturne e i punti di osservazione, Danti traccia sul terreno le due circonferenze circoscritte alle basi delle due torri. Queste due circonferenze si intersecano, oltre che nel punto M , in un secondo punto che Danti chiama N (il "nodo di avvistamento").

Danti afferma con sicurezza ai suoi capimastri che il punto di avvistamento N si trova esattamente lungo la linea retta che congiunge l'angolo A della prima torre con l'angolo E della seconda, e contemporaneamente lungo la linea retta che congiunge l'angolo B della seconda torre con l'angolo C della prima.

Dimostrare, con un rigoroso ragionamento geometrico, che Danti ha ragione: ovvero che i punti A, N, E sono allineati e che anche i punti B, C, N sono allineati.