10 Aprile 2026 – X Edizione

Gara di Matematica Premio Danti

Dipartimento di Matematica e Informatica

Università degli studi di Perugia

PREMIO DANTI

1. La gara consiste nella risoluzione in 90 minuti di un quesito del valore di 20 punti.
2. La soluzione del quesito richiede una dettagliata argomentazione o dimostrazione.
3. Non è consentito l'utilizzo di dispositivi elettronici (notebook, tablet, cellulari, calcolatrici, …) e di libri di testo. È proibito comunicare con altri concorrenti o con l'esterno
4. Durante i **primi 15 minuti** è consentito porre domande alla commissione per chiarimenti sul testo della gara.
5. Il concorrente non può lasciare l'aula di gara prima della consegna, che comunque non deve avvenire prima di 45 minuti dall'inizio.
6. La soluzione dei quesiti deve essere scritta in modo ordinato e leggibile esclusivamente sui fogli consegnati dal commissario. A pena di esclusione, l'elaborato NON dovrà contenere segni che lo rendano riconducibile al candidato o alla scuola. Il nome del candidato e della scuola dovranno essere scritti nel foglio appositamente predisposto che verrà restituito in busta chiusa. Quest'ultima, insieme all'elaborato, sarà a sua volta inserita in una busta che verrà sigillata e consegnata al commissario.
7. Per quanto non indicato si fa riferimento al regolamento.

Per la contestualizzazione dei quesiti ci siamo a volte ispirati a fatti realmente accaduti della vita di Egnazio Danti, adattando comunque le situazioni alla peculiarità di quanto proposto. Quindi, ogni riferimento a fatti e persone è da ritenersi il frutto delle esigenze narrative del testo.

UNA MERIDIANA MONUMENTALE

Nella Perugia del secondo Cinquecento, Ignazio Danti — matematico, astronomo, cosmografo e architetto — sta progettando una grande *meridiana monumentale* da collocare nel cortile di un palazzo pubblico. Per studiare l'incidenza della luce, il tracciamento delle linee orarie e l'armonia delle proporzioni geometriche, egli introduce una figura ausiliaria: un triangolo ABC, costruito a partire da due interi positivi $m, n \geq 2$, tale che

$$AB = \frac{1}{m^{1/n}}, \qquad AC = \frac{1}{n^{1/m}}, \qquad BC = 1.$$

Nel progetto, il lato BC rappresenta una base di riferimento, mentre il circocentro, l'incentro e le tangenti alla circonferenza circoscritta consentono di controllare alcuni rapporti metrici utili alla costruzione.

1. Dimostrare che il triangolo ABC esiste.
2. Dimostrare che il triangolo ABC è sempre acutangolo in A.
3. Sia M il punto medio di BC, O il circocentro del triangolo e X il punto di intersezione delle tangenti in B e C alla circonferenza circoscritta al triangolo ABC. Dimostrare che i punti O, M, X sono allineati.
4. Detto R il raggio della circonferenza circoscritta al triangolo ABC, dimostrare che
$$\frac{AM}{AX} = \frac{OM}{R}.$$
5. Detto r il raggio della circonferenza inscritta al triangolo ABC, verificare che
$$\frac{r}{R} \geq \frac{AM}{AX}.$$