

# Esercizi nella pratica

0. Presi  $a = 4$  e  $b = 9$  calcolare AM, GM, HM, QM e verificare che vale la catena di disuguaglianze. Verificare che tutte le quantità sono comprese tra 4 e 9.
1. Dato un rettangolo di area 20 quanto vale al minimo il perimetro?
2. Dimostra che se  $x > 0$  allora  $x + \frac{1}{x} \geq 2$
3. Dato un parallelepipedo di spigoli  $a, b, b$  con  $a + b = 1$ , massimizza il volume.
4. Minimizza  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{4}{z}$  sapendo che  $x + y + z = \frac{2}{25}$
5. Dimostra che per  $n=2$  vale  $HM = \frac{GM^2}{AM}$
6. La somma di due numeri reali è 25. Quanto vale al massimo il prodotto?  
E se i numeri fossero interi?
7. Presi  $1 \leq 2 \leq 3$  e  $4 \leq 5 \leq 6$  occorre scegliere tre coppie di numeri (un numero della prima terna e un numero della seconda) fare il prodotto delle coppie e sommare il tutto. Trovare il valore massimo, il valore minimo e tutti i casi intermedi
8. Minimizza  $25x^2 + 16y^2 - 40(x + y) + 50$  al variare di  $x, y \in \mathbb{R}$ .
9. Dimostra che  $a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc \geq 3 \cdot (a - b)(b - c)$ .
10. Massimizza l'area di un triangolo rettangolo con ipotenusa 1.
10. Il perimetro di un triangolo rettangolo vale 16. Quanto vale al minimo l'ipotenusa.
11. Se  $x + y + z = 4$  quanto vale al massimo  $x^4 y^3 z$ ?
12. Quanto vale al minimo  $x + \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x} + \sqrt{x}$  al variare di  $x > 0$  ?
13. Dimostra che  $x^2 + y^2 + z^2 \geq \sqrt{2} \cdot (xy + yz)$ .
14. Data una corda lunga 13 metri possiamo tagliarla in un numero qualsiasi di parti in modo che ciascuna abbia una misura intera. Quanto vale al massimo il prodotto delle misure delle parti di corda tagliate?
15. Dimostrare che per ogni  $a, b, c > 0$  vale la seguente disuguaglianza:

$$\frac{a + b + c}{abc} \leq \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$$

16. Sapendo che:

$$x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 + \dots + 48x_{48}^2 + 49x_{49}^2 = 1$$

trovare quanto vale al massimo la quantità:

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 + \dots + 48x_{48} + 49x_{49}$$