PREMIO DANTI

24 Aprile 2024 – VIII Edizione

Gara di Matematica Premio Danti

Dipartimento di Matematica e Informatica

Università degli studi di Perugia

1. La gara consiste nella risoluzione in 90 minuti di un quesito del valore di 10 punti.
2. La soluzione del quesito richiede una dettagliata argomentazione o dimostrazione.
3. Non è consentito l'utilizzo di dispositivi elettronici (notebook, tablet, cellulari, calcolatrici, …) e di libri di testo. È proibito comunicare con altri concorrenti o con l'esterno
4. Durante i primi 15 minuti è consentito porre domande alla commissione per chiarimenti sul testo della gara.
5. Il concorrente non può lasciare l'aula di gara prima della consegna, che comunque non deve avvenire prima di 45 minuti dall'inizio.
6. La soluzione dei quesiti deve essere scritta in modo ordinato e leggibile esclusivamente sui fogli consegnati dal commissario. A pena di esclusione, l'elaborato NON dovrà contenere segni che lo rendano riconducibile al candidato o alla scuola. Il nome del candidato e della scuola dovranno essere scritti nel foglio appositamente predisposto che verrà restituito in busta chiusa. Quest'ultima, insieme all'elaborato, sarà a sua volta inserita in una busta che verrà sigillata e consegnata al commissario.
7. Per quanto non indicato si fa riferimento al regolamento.

Per la contestualizzazione dei quesiti ci siamo a volte ispirati a fatti realmente accaduti della vita di Egnazio Danti, adattando comunque le situazioni alla peculiarità di quanto proposto. Quindi, ogni riferimento a fatti e persone è da ritenersi il frutto delle esigenze narrative del testo.

POLIGONI CICLICI

Nel 1562 Egnazio si trasferisce da Perugia a Firenze dove il Gran Duca di Toscana Cosimo I lo invita a partecipare al suo grande progetto cartografico, il "Guardaroba di Palazzo Vecchio". Per dodici anni compie un lavoro notevole, dipingendo più di trenta carte geografiche delle regioni del mondo, ispirandosi ai disegni di Giacomo Gastaldi, Abraham Ortelius, Gerardus Mercator.
In onore delle sue abilità geometriche spese per la cartografia e la corografia proponiamo il problema che segue.

Sia A, B, C un triangolo e siano A_1, B_1, C_1 punti interni ai lati BC, CA e AB rispettivamente.

a) **Provare che le circonferenze passanti per i punti A, B_1, C_1, per i punti B, A_1, C_1, e per i punti C, A_1, B_1 hanno almeno un punto in comune M.**

b) **Supponiamo ora che $\overline{AC_1} = \frac{1}{3}\overline{AB}$, $\overline{BA_1} = \frac{1}{3}\overline{BC}$, $\overline{CB_1} = \frac{1}{3}\overline{CA}$. Consideriamo il triangolo XYZ ottenuto dall'intersezione dei segmenti AA_1, BB_1, CC_1 con X=$AA_1 \cap BB_1$, Y=$BB_1 \cap CC_1$, Z=$CC_1 \cap AA_1$.**
Dimostrare che $\mathcal{A}(XYZ) = \frac{1}{7}\mathcal{A}(ABC)$.

c) **Provare che un quadrilatero convesso è sezionabile[1] in n quadrilateri ciclici con $n \geq 6$**

[1] *"Sezionare" un poligono equivale a ricoprirlo con un numero finito di poligoni non aventi a due a due punti interni in comune.*