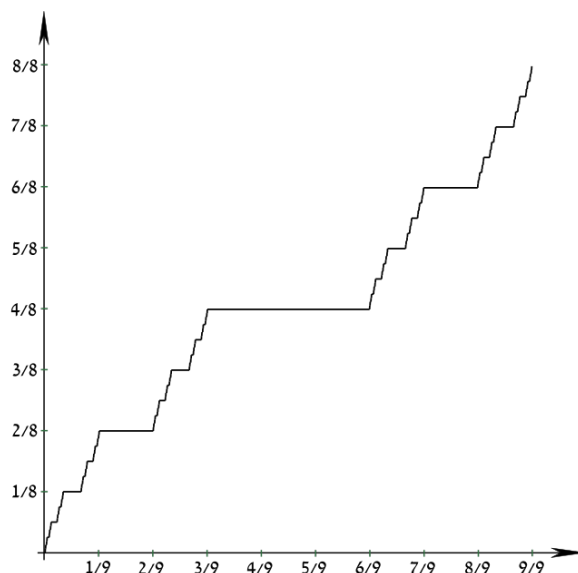


La Scala del Diavolo

La **funzione di Cantor**, chiamata anche **funzione di Cantor-Vitali**, o **scala del diavolo**, è un esempio di funzione continua e crescente avente derivata nulla quasi ovunque, essendo costante in tutti i sottointervalli di $[0,1]$ che non contengono punti dell'insieme di Cantor. Intuitivamente, è una scala con infiniti gradini, tutti di pendenza zero, ma ad altezze progressivamente crescenti. Si può definire come limite di una successione di poligonalari in $[0,1]$. La scala del diavolo è continua in quanto limite uniforme di funzioni continue, è crescente ed è suriettiva dall'intervallo $[0,1]$ in sé.



È una funzione a variazione limitata ma non è assolutamente continua. Non è derivabile nei punti dell'insieme di Cantor, che è però un insieme di misura nulla e non è numerabile. È una delle curve che Hilbert definì "curve mostruose". La funzione di Cantor cresce dal valore 0 al valore 1 senza però essere mai strettamente crescente, e nonostante questo non ha salti essendo una funzione continua, ed inoltre mappa un insieme di misura nulla, cioè l'insieme di Cantor, nell'intervallo $[0,1]$.