DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE E AMBIENTALE

Corso di Laurea Ing.Civile

Appello di GEOMETRIA del 28.04.2017

---

1. Considerata l'applicazione lineare $L : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definita da

$$L(1,0,0) = (2,1,0),\ L(0,1,1) = (1,0,0),\ L(1,0,-1) = (1,1,1),$$

provare che essa è biiettiva e determinarne l'inversa.

I vettori

$$(1,0,0),\ (0,1,1),\ (1,0,-1)$$

costituiscono una base per R^3, pertanto esiste un'unica applicazione lineare che agisce come indicato. Anche i vettori immagine

$$(2,1,0),\ (1,0,0),\ (1,1,1),$$

costituiscono una base per R^3. Allora l'applicazione è biiettiva e la sua inversa è definita da

$$L^{-1}(2,1,0) = (1,0,0),\ L^{-1}(1,0,0) = (0,1,1),\ L^{-1}(1,1,1) = (1,0,-1).$$

2. Discutere ed eventualmente risolvere il sistema lineare

$$\begin{cases} 2x + y = 2k \\ x - 3y = -k \\ kx + ky = 1 \end{cases}, \qquad k \in \mathbb{R}.$$

La matrice completa del sistema ha rango 3 per $k \neq \pm\frac{\sqrt{7}}{3}$. In questo caso il sistema non ammette soluzioni. Si devono studiare i due casi $k = \frac{\sqrt{7}}{3}$ e $k = -\frac{\sqrt{7}}{3}$.

3. Determinare e classificare la conica per l'origine tangente alla cubica

$$C^3 : x^3 + 2xy^2 + xy - 3x + y - 2 = 0$$

in $P(1,1)$ ed alla retta $r : 2x - 2y + 1 = 0$ nel suo punto improprio.

Si calcola la tangente t a C^3 in $P(1,1)$ e si costruisce il fascio di coniche bitangenti a t in $P(1,1)$ ed alla retta r nel suo punto improprio $R_\infty(1,1,0)$.

4. Determinare il versore della retta ortogonale alla retta $r : x = 2z + 1,\ y = -z + 2$, parallela al piano $\pi : x - y + z = 0$, orientata nel verso delle z decrescenti.

Se la retta in questione ha parametri direttori (l, m, n), la condizione di ortogonalità con r fornisce $(l, m, n) \cdot (2, -1, 1) = 0$ e quella di parallelismo con π la condizione $(l, m, n) \cdot (1, -1, 1) = 0$. ...