

FACOLTÀ di INGEGNERIA
Prova Scritta di GEOMETRIA del 27.09.2007
Soluzioni proposte

[1] Stabilire per quali valori del parametro reale k il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ 2kx + (k - 1)y = k \\ 2x + 3y = 0 \end{cases}$$

ammette soluzioni ed eventualmente determinarle.

La matrice completa del sistema

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2k & k - 1 & k \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

ha rango pari a 3 per tutti i valori di k tranne che per $k = 2$. In tal caso il sistema non ammette soluzioni per il teor. di R.-C.

Se $k = 2$ il sistema si scrive

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ 4x + y = 2 \\ 2x + 3y = 0 \end{cases}$$

che equivale, ad es., al sistema di Cramer

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + 3y = 0 \end{cases}$$

la cui unica soluzione é la coppia $(\frac{3}{5}, -\frac{2}{5})$.

[2] Considerati i seguenti due sottospazi di R^3

$$U = \{(x, y, z) \in R^3 \mid x + z = 0\}, \quad V = \langle (3, 1, 0), (3, 3, 0), (2, 0, 0) \rangle,$$

determinare $U \cap V$.