

FACOLTÀ di INGEGNERIA
Corso di Laurea Ing. Civile
Prova Scritta di GEOMETRIA del 15.01.2010

1. Siano $L : R^3 \rightarrow R^4$ l'applicazione lineare rappresentata sulle basi canoniche dalla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

e $T : R^4 \rightarrow R^3$, definita da $T(x, y, z, t) = (x - y, x - z, x - t)$. Stabilire se $T \circ L$ è invertibile e nel caso determinarne l'inversa.

2. Considerata la conica di equazione

$$2x^2 + y^2 - 3xy + 3x - 2y + 1 = 0,$$

verificare che essa è degenere e determinarne le componenti.

3. Scrivere le equazioni del cambiamento di riferimento cartesiano ortogonale nel piano, quando si passa da un riferimento $R(O, x, y)$ al riferimento equiverso $R'(O', x', y')$ ove $O'(1, -1)$ e l'asse x' è la retta di equazione $2x - y = 3$ orientata nel verso delle y decrescenti.

4. Considerate le rette r ed s di equazioni rispettive

$$\begin{cases} y - z = 0 \\ x - 2y = 1 \end{cases}, \quad \begin{cases} x - y + z = 1 \\ 3x + 2z = 2 \end{cases},$$

determinare, se esistono, punti $R \in r$ ed $S \in s$, in modo tale che la retta che li congiunge sia parallela al piano $\pi : x - y + z - \frac{3}{2} = 0$