

FACOLTÀ DI INGEGNERIA
CORSO DI LAUREA ING. CIVILE
PROVA SCRITTA DI GEOMETRIA DEL 12.04.2012
APPELLO STRAORDINARIO

1. Siano

$$\mathcal{B} = \{(1, 1, 1), (1, 0, 2), (0, 0, 3)\}$$

e

$$\mathcal{B}' = \{(1, 2, 0, 1), (-1, 0, 2, 3), (4, 1, 2, 0), (0, 0, 3, 5)\}$$

basi di \mathbb{R}^3 ed \mathbb{R}^4 , rispettivamente. Determinare l'applicazione lineare $L : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ per la quale risulti

$$M_{\mathcal{B}'}^{\mathcal{B}}(L) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Calcolare inoltre il nucleo e l'immagine di L .

2. Considerate le coniche

$$\mathcal{C}_1 : 2x^2 - y^2 + 3xy - x - 3 = 0,$$

$$\mathcal{C}_2 : x^2 + 3y^2 - 4xy - 2x + y = 0,$$

determinare se esistono parabole tangenti a \mathcal{C}_1 in $P(1, 1)$ ed a \mathcal{C}_2 nell'origine.

3. Dopo aver verificato che le rette

$$r : \begin{cases} x - 2y + 2 = 0 \\ x + 2y - z + 1 = 0 \end{cases}, \quad s : \begin{cases} 2x + 3z + 1 = 0 \\ 2y + 3z - 1 = 0 \end{cases}$$

sono sghembe, determinare la retta di minima distanza tra di esse.
