

FACOLTÀ DI INGEGNERIA
CORSO DI LAUREA ING. CIVILE
PROVA SCRITTA DI GEOMETRIA DEL 06.07.2010

1. Sia $L : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita da

$$L(x, y, z) = (x - 2ky - z, y + kz, x - kz).$$

Determinare i valori di k per cui l'applicazione è un isomorfismo lineare e nel caso trovare l'isomorfismo inverso.

2. Considerate le rette

$$r : \begin{cases} x = 2t \\ y = -1 \\ z = t - 1 \end{cases}, \quad s : \begin{cases} x + z - 1 = 0 \\ y - 2z = 0 \end{cases}$$

determinare se esistono punti $R \in r$, $s \in S$, in modo tale che il piano per essi e per l'origine sia ortogonale al piano $\pi : x - y + 2 = 0$.

3. Nel fascio di coniche per i punti $P(2, -2)$, $Q(0, -2)$ e tangenti alla conica di equazione

$$2x^2 + y^2 + 3xy + 4x - y - 5 = 0$$

nel punto $C(1, -1)$, determinare se esistono iperboli.

4. Studiare la conica di equazione

$$2x^2 - y^2 + 3xy + x - 2y - 5 = 0$$

nei suoi punti impropri.