



22 Aprile 2022 – VI Edizione

Gara di Matematica Premio Danti

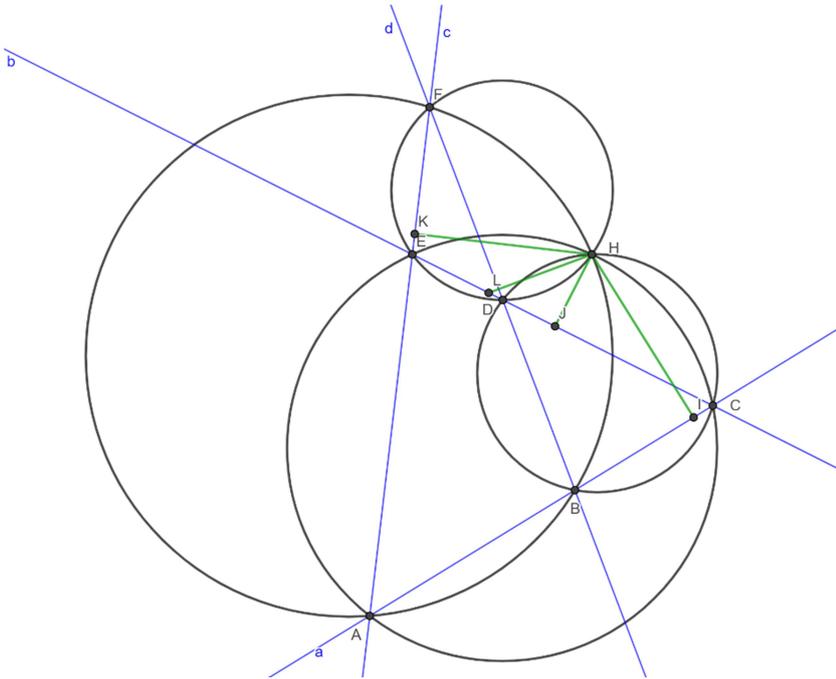
Dipartimento di Matematica e Informatica

Università degli studi di Perugia

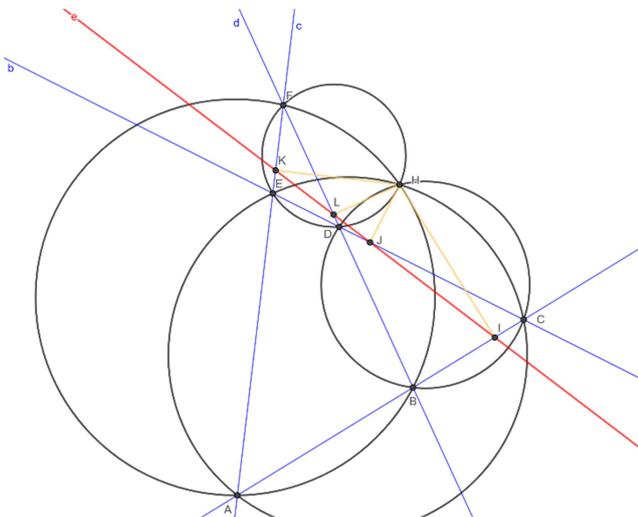
POSSIBILE SOLUZIONE DEL QUESITO PROPOSTO

Si può notare che dei punti di intersezione di due circonferenze circoscritte non appartiene a nessuna delle 4 rette. Se per assurdo appartenesse a una di esse, questa retta e una delle due circonferenze avrebbero in comune tre punti distinti e ciò è impossibile.

Indichiamo con H tale punto e, da tale punto tracciamo le perpendicolari alle 4 rette indicando rispettivamente con I, J, K, L i piedi delle perpendicolari appartenenti alle rette a, b, c, d .



Si può applicare il teorema di Simson ai due triangoli CBD e DEF . Infatti, il punto H appartiene alle due circonferenze circoscritte ai triangoli CBD e DEF , i piedi delle perpendicolari condotte da H ai lati di un triangolo o ai loro prolungamenti sono allineati. Indichiamo con e la retta passante per i punti I, J, K, L .



Per far vedere che H è il punto comune a tutte e 4 le circonferenze basta far vedere che vale l'inverso del Teorema di Simson, cioè che se H è un punto esterno ad un triangolo e se piedi delle perpendicolari ai lati sono allineati allora H appartiene alla circonferenza circoscritta al triangolo. Dimostriamo quindi che il quadrilatero $ACEH$ è ciclico.