

**FACOLTÀ di INGEGNERIA**  
**Prova Scritta di MATEMATICA II (modulo Geometria)**  
**dell'11 febbraio 2014**  
**Corso di laurea: Meccanica**

[1] Si consideri l'applicazione lineare  $\mathbf{L} : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$  definita dalla seguente matrice

$$\mathbf{M}_{\mathbf{B}}^{\mathbf{C}}(\mathbf{L}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ k+1 & k-1 & 0 \\ 2k & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

ove  $\mathbf{k} \in \mathbf{R}$ ,  $\mathbf{C}$  indica la base canonica di  $\mathbf{R}^3$  e  $\mathbf{B} = \{(\mathbf{2}, \mathbf{0}, \mathbf{0}), (-\mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{0}), (\mathbf{0}, \mathbf{0}, \mathbf{2})\}$ . Stabilire se esistono valori di  $\mathbf{k}$  per i quali  $\mathbf{L}$  non risulti isomorfismo ed in caso affermativo determinare  $\mathbf{ImL}$ .

[2] Stabilire per quali valori del parametro reale  $\mathbf{h}$  il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} \mathbf{x} + \mathbf{h}\mathbf{y} - \mathbf{2z} = \mathbf{0} \\ (\mathbf{h} - \mathbf{1})\mathbf{x} - \mathbf{y} + \mathbf{z} = \mathbf{1} \\ \mathbf{h}\mathbf{x} + \mathbf{2y} - \mathbf{z} = \mathbf{1} \end{cases}$$

ammette soluzioni ed eventualmente determinarle.

[3] Determinare due vettori geometrici,  $\mathbf{u}$  e  $\mathbf{v}$ , il primo parallelo all'asse  $\mathbf{z}$ , il secondo ortogonale alla retta

$$\mathbf{r} : \begin{cases} \mathbf{x} - \mathbf{2z} + \mathbf{3} = \mathbf{0} \\ \mathbf{3z} - \mathbf{y} = \mathbf{1} \end{cases}$$

e tali che  $\mathbf{u} + \mathbf{v} = (\mathbf{3}, \mathbf{2}, \mathbf{1})$ .