

**FACOLTÀ di INGEGNERIA**  
**Prova Scritta di GEOMETRIA dell'11 febbraio 2013**  
**Corso di laurea: Informatica ed Elettronica**

[1] Stabilire se esiste un'applicazione lineare  $\mathbf{L} : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^2$  tale che

$$\mathbf{L}(1, 1, 0) = (1, 0), \quad \mathbf{L}(0, 0, 3) = (0, 1), \quad \mathbf{L}(2, 0, 0) = (1, 2), \quad \mathbf{L}(3, -1, 0) = (2, 0).$$

[2] Stabilire per quali valori del parametro reale  $\mathbf{k}$  il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} 3\mathbf{x} - \mathbf{y} = \mathbf{k} \\ \mathbf{k}\mathbf{x} + \mathbf{y} = 0 \\ 5\mathbf{x} + \mathbf{y} = 1 \end{cases}$$

ammette soluzioni ed eventualmente determinarle.

[3] Nel piano ampliato proiettivamente e complessificato determinare le parabole aventi la retta  $\mathbf{x} + \mathbf{y} - 4 = 0$  tangente in  $\mathbf{P}(1, 3)$ , passanti per  $\mathbf{Q}(2, 0)$  e per l'origine.

[4] Dopo aver mostrato che la retta

$$\begin{cases} 2\mathbf{x} - \mathbf{y} + \mathbf{z} = 0 \\ \mathbf{x} - 3\mathbf{z} = 2 \end{cases}$$

è sghemba con la retta impropria del piano  $\mathbf{y} + \mathbf{z} = 3$  determinare equazioni cartesiane per la retta passante per il punto  $(0, 1, 2)$  che incida entrambe.