

FACOLTÀ di INGEGNERIA
Prova Scritta di GEOMETRIA del 7 giugno 2010
Corso di laurea: Informatica ed Elettronica

[1] Considerati i seguenti due sottospazi di $M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$

$$\mathbf{U} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid a, b, c, d \in \mathbb{R} \mid a - c = 0, b - 2a = 0 \right\},$$

$$\mathbf{W} = \left\langle \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle,$$

determinare una base di $\mathbf{U} \cap \mathbf{W}$.

[2] Stabilire per quali valori del parametro reale \mathbf{k} il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} \mathbf{x} + \mathbf{z} = \mathbf{0} \\ \mathbf{y} - 3\mathbf{z} = \mathbf{1} \\ \mathbf{x} + \mathbf{k}\mathbf{y} - 2\mathbf{z} = \mathbf{1} \\ \mathbf{y} - \mathbf{x} - 4\mathbf{z} = \mathbf{k} \end{cases}$$

ammette soluzioni ed eventualmente determinarle.

[3] Studiare la curva piana di equazione

$$\mathbf{x}^2(\mathbf{y} - 1)^2 + \mathbf{x}^3 + (\mathbf{y} - 1)^2 = \mathbf{0}$$

nei suoi punti di intersezione con l'asse \mathbf{y} .

[4] Stabilire se esistono coppie di punti \mathbf{P} e \mathbf{Q} , il primo sull'asse \mathbf{z} , il secondo sulla retta

$$\mathbf{r} : \begin{cases} \mathbf{x} - \mathbf{z} = \mathbf{1} \\ \mathbf{z} - \mathbf{y} = \mathbf{2} \end{cases}$$

e tali che la retta \mathbf{PQ} sia parallela al piano $\mathbf{x} - 2\mathbf{y} - 4\mathbf{z} = \mathbf{0}$.