FACOLTÀ di INGEGNERIA
Prova Scritta di GEOMETRIA del 13 Dicembre 2007
Corsi di laurea: Civile, Informatica ed Elettronica

[1] Sia $\mathbf{L} : \mathbf{R^3} \to \mathbf{R^4}$ l'applicazione lineare definita dalla seguente matrice

$$M_B^C(L) = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

ove $\mathbf{C}$ indica la base canonica di $\mathbf{R^3}$ e $\mathbf{B} = \{(\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{0}, \mathbf{0}), (\mathbf{0}, \mathbf{3}, \mathbf{0}, \mathbf{1}), (\mathbf{0}, \mathbf{2}, \mathbf{2}, \mathbf{1}), (\mathbf{2}, \mathbf{0}, \mathbf{0}, \mathbf{0})\}$. Stabilire se $\mathbf{L}$ *è* iniettiva e determinare una base di $\mathbf{ImL}$.

[2] Stabilire per quali valori del parametro reale $\mathbf{h}$ il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} \mathbf{x - 2y + z = 1} \\ \mathbf{hx - 2y + (h+1)z = h - 2} \\ \mathbf{2x + 3z = 0} \end{cases}$$

ammette soluzioni ed eventualmente determinarle.

[3] Si consideri la retta $\mathbf{r}$ ortogonale al piano di equazione $\mathbf{2x+y-z+2 = 0}$ e passante per il punto $\mathbf{P(0, 1, 1)}$. Determinare equazioni cartesiane della retta passante per l'origine, incidente $\mathbf{r}$ ed ortogonale ad essa.

[4] Si scriva un'equazione omogenea della parabola passante per $\mathbf{P(1, 2, 0)}$, tangente in $\mathbf{Q(2, 1)}$ alla retta $\mathbf{x + y - 3 = 0}$ e contenente l'origine.