

**FACOLTÀ di INGEGNERIA**  
**Prova Scritta di GEOMETRIA del primo Settembre 2011**  
**Corso di laurea: Informatica ed Elettronica (8/9 crediti)**

[1] Considerati i seguenti due sottospazi di  $\mathbf{R}^3$

$$\mathbf{U} = \{(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) \in \mathbf{R}^3 \mid \mathbf{x} - \mathbf{y} = \mathbf{0}\}, \quad \mathbf{V} = \langle (\mathbf{1}, \mathbf{0}, \mathbf{1}), (\mathbf{3}, \mathbf{4}, \mathbf{1}), (\mathbf{2}, \mathbf{2}, \mathbf{1}) \rangle,$$

determinare una base di  $\mathbf{U} \cap \mathbf{V}$ .

[2] Stabilire per quali valori del parametro reale  $\mathbf{k}$  il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} \mathbf{x} + \mathbf{3y} = \mathbf{0} \\ \mathbf{3x} - \mathbf{y} = \mathbf{k} - \mathbf{1} \\ \mathbf{kx} - \mathbf{2ky} = \mathbf{1} \end{cases}$$

ammette soluzioni ed eventualmente determinarle.

[3] Determinare un'equazione omogenea per l'iperbole equilatera passante per il punto improprio della retta  $\mathbf{3x} + \mathbf{y} = \mathbf{0}$ , tangente nel punto  $\mathbf{P(2, 3)}$  alla retta  $\mathbf{x} - \mathbf{y} + \mathbf{1} = \mathbf{0}$  e passante nel punto di tangenza della circonferenza  $\mathbf{x^2 + y^2 + 2x + 2y + 1 = 0}$  all'asse  $\mathbf{y}$ .

[4] Determinare due vettori geometrici,  $\mathbf{u}$  e  $\mathbf{w}$ , il primo parallelo al piano  $\mathbf{x} - \mathbf{3y} + \mathbf{2z} + \mathbf{1} = \mathbf{0}$ , il secondo parallelo alla retta

$$\begin{cases} \mathbf{2y} + \mathbf{z} = \mathbf{1} \\ \mathbf{x} - \mathbf{2y} = \mathbf{3} \end{cases}$$

tali che  $\mathbf{u} + \mathbf{w} = (\mathbf{0}, \mathbf{1}, \mathbf{4})$ .