

FACOLTÀ di INGEGNERIA
Prova Scritta di GEOMETRIA del 16 Giugno 2014
Corso di laurea: Informatica ed Elettronica

[1] Si consideri l'applicazione lineare, $f : R^3 \rightarrow R^3$ tale che

$$\mathbf{L}(\mathbf{e}_2) = \mathbf{e}_3, \quad \mathbf{L}(\mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3) = 3\mathbf{e}_1 \quad \mathbf{L}(\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_3) = \mathbf{e}_2$$

ove $\mathbf{C} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\}$ indica la base canonica di \mathbf{R}^3 . Determinare una base di $\mathbf{Im}(3\mathbf{L})$.

[2] Stabilire per quali valori del parametro reale \mathbf{k} il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} 2\mathbf{x} + \mathbf{y} - \mathbf{z} = 0 \\ \mathbf{x} + \mathbf{y} + \mathbf{kz} = 1 \\ (\mathbf{k} + 1)\mathbf{x} + \mathbf{ky} + \mathbf{z} = 1 \end{cases}$$

ammette soluzioni ed eventualmente determinarle.

[3] Studiare i punti della curva algebrica piana

$$\mathbf{x}^6 + \mathbf{x}^3 - 4\mathbf{y}^2 + 8\mathbf{x}^2 = 0$$

comuni con l'asse \mathbf{y} , determinando le rispettive tangenti.

[4] Stabilire se esistono due punti, \mathbf{R} sull'asse \mathbf{z} e \mathbf{S} sulla retta

$$\mathbf{s} : \begin{cases} \mathbf{y} - \mathbf{x} = 1 \\ \mathbf{z} - \mathbf{x} = 0 \end{cases}$$

tali che la retta che li congiunge sia parallela al piano $\mathbf{x} - \mathbf{y} + 2\mathbf{z} = 1$.