

FACOLTÀ di INGEGNERIA
Prova Scritta di GEOMETRIA del 4 Febbraio 2011
Corso di laurea: Informatica ed Elettronica

[1] Si considerino due applicazioni lineari, $\mathbf{L} : \mathbf{R}^4 \rightarrow \mathbf{R}^3$ definita da $\mathbf{L}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) = (3\mathbf{x} + \mathbf{y}, 0, 2\mathbf{z} - \mathbf{t})$ e $\mathbf{T} : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ assegnata dalla seguente matrice

$$M_C^B(\mathbf{T}) = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 0 \\ -2 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

ove C indica la base canonica e $B = \{(1, 1, 0), (2, 1, 1), (0, 3, 1)\}$. Stabilire se $\mathbf{T} \diamond \mathbf{L}$ risulta iniettiva.

[2] Stabilire per quali valori del parametro reale \mathbf{k} il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} 2\mathbf{x} - \mathbf{y} + \mathbf{z} = 0 \\ \mathbf{x} + 3\mathbf{z} = \mathbf{k} \\ (\mathbf{k} + 1)\mathbf{x} - \mathbf{y} + 2\mathbf{kz} = 2 \end{cases}$$

ammette soluzioni ed eventualmente determinarle.

[3] Determinare due vettori geometrici, \mathbf{u} e \mathbf{v} , il primo ortogonale all'asse \mathbf{y} , il secondo parallelo alla retta

$$\mathbf{r} : \begin{cases} \mathbf{x} - 3\mathbf{z} + 3 = 0 \\ 2\mathbf{z} + \mathbf{y} = 1 \end{cases}$$

e tali che $\mathbf{u} + \mathbf{v} = (2, 1, 1)$.

[4] Studiare i punti impropri della curva algebrica

$$\mathbf{x}^4 - \mathbf{x}^3\mathbf{y} + 2\mathbf{y}^2 - \mathbf{x}^3 + \mathbf{x} = 0.$$