

FACOLTÀ di INGEGNERIA
Prova Scritta di GEOMETRIA del primo luglio 2014
Corso di laurea: Informatica ed Elettronica

[1] Siano $\mathbf{f} : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^2$ l'applicazione lineare rappresentata, rispetto alle basi canoniche, dalla seguente matrice

$$M_C^C(f) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

e $\mathbf{g} : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^3$ definita da $\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = (\mathbf{x} + \mathbf{y}, \mathbf{x}, \mathbf{x} - \mathbf{y})$.
Stabilire se $\mathbf{g} \diamond \mathbf{f}$ è invertibile.

[2] Stabilire per quali valori del parametro reale \mathbf{k} il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} \mathbf{x} - 2\mathbf{y} + \mathbf{z} - \mathbf{t} = \mathbf{0} \\ \mathbf{kx} - 6\mathbf{y} + \mathbf{kz} - \mathbf{kt} = \mathbf{k} - 3 \end{cases}$$

ammette soluzioni ed eventualmente determinarle.

[3] Determinare due vettori geometrici \mathbf{u} e \mathbf{v} , il primo ortogonale alla retta

$$\begin{cases} \mathbf{z} = \mathbf{x} + \mathbf{1} \\ \mathbf{y} = 2\mathbf{x} + 4 \end{cases}$$

ed il secondo ortogonale al piano \mathbf{xy} tali che $\mathbf{u} + \mathbf{v} = (\mathbf{1}, \mathbf{3}, \mathbf{2})$.

[4] Determinare e classificare la conica tangente alla retta $2\mathbf{x} - \mathbf{y} + \mathbf{1} = \mathbf{0}$ nel punto $\mathbf{P}(\mathbf{1}, \mathbf{3})$, passante per $\mathbf{Q}(\mathbf{2}, \mathbf{1})$ ed avente l'asse \mathbf{x} come asintoto.