

FACOLTÀ di INGEGNERIA
Prova Scritta di GEOMETRIA del 14 Gennaio 2011
Corso di laurea: Informatica ed Elettronica

[1] Dopo aver determinato l'applicazione lineare $\mathbf{L} : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^3$ tale che

$$\mathbf{L}(\mathbf{2}, \mathbf{1}) = (\mathbf{3}, \mathbf{0}, \mathbf{1})$$

$$\mathbf{L}(\mathbf{0}, \mathbf{3}) = (\mathbf{0}, \mathbf{1}, \mathbf{0})$$

stabilire se \mathbf{L} è iniettiva.

[2] Stabilire per quali valori del parametro reale \mathbf{k} il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} \mathbf{x} + \mathbf{y} = \mathbf{3} \\ \mathbf{y} - \mathbf{kx} = \mathbf{k} \\ \mathbf{kx} + \mathbf{2y} = \mathbf{0} \end{cases}$$

ammette soluzioni ed eventualmente determinarle.

[3] Nel piano ampliato e complessificato stabilire se esistono, ed eventualmente determinarle, parabole passanti per $\mathbf{P} = (\mathbf{0}, -\mathbf{4}, \mathbf{1})$, $\mathbf{Q} = (\mathbf{1}, \mathbf{3}, \mathbf{0})$ e tangenti in $\mathbf{R} = (\mathbf{2}, \mathbf{1}, \mathbf{1})$ alla retta di equazione $\mathbf{3Y} - \mathbf{X} - \mathbf{T} = \mathbf{0}$.

[4] Mostrare che la retta

$$\mathbf{r} : \begin{cases} \mathbf{2x} - \mathbf{y} + \mathbf{z} = \mathbf{0} \\ \mathbf{x} - \mathbf{4y} = \mathbf{1} \end{cases}$$

è sghemba con la retta impropria del piano $\mathbf{2x} + \mathbf{z} - \mathbf{2} = \mathbf{0}$ e determinare equazioni omogenee per la retta che le incida entrambe e passi per $\mathbf{P}(\mathbf{2}, \mathbf{0}, \mathbf{0})$.