

FACOLTÀ di INGEGNERIA
Prova Scritta di GEOMETRIA del 18 Febbraio 2008
Corso di laurea: Informatica ed Elettronica

[1] Si considerino le applicazioni lineari

$$\mathbf{L} : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^3 \quad \mathbf{L}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = (\mathbf{x} + \mathbf{y}, 3\mathbf{x}, \mathbf{y})$$

e $\mathbf{T} : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^2$ definita dalla seguente matrice

$$\mathbf{M}_{\mathbf{B}}^{\mathbf{C}}(\mathbf{T}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix},$$

ove \mathbf{C} indica la base canonica di \mathbf{R}^3 e $\mathbf{B} = \{(\mathbf{1}, \mathbf{1}), (\mathbf{3}, \mathbf{0})\}$. Stabilire se $\mathbf{T} \circ \mathbf{L}$ è iniettiva.

[2] Stabilire per quali valori del parametro reale \mathbf{k} il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} \mathbf{kx} - (\mathbf{k} + \mathbf{2})\mathbf{y} + (\mathbf{k} - \mathbf{2})\mathbf{z} - \mathbf{2t} = \mathbf{0} \\ \mathbf{x} - \mathbf{2y} - \mathbf{t} = \mathbf{1} \end{cases}$$

ammette soluzioni ed eventualmente determinarle.

[3] Tra i piani per $\mathbf{P}(\mathbf{0}, \mathbf{1}, \mathbf{3})$ ed ortogonali al piano \mathbf{xy} , determinare un'equazione cartesiana del piano parallelo alla retta

$$r : \begin{cases} \mathbf{y} - \mathbf{z} = \mathbf{2} \\ \mathbf{x} = \mathbf{2z} + \mathbf{1} \end{cases}$$

[4] Stabilire se esistono, ed eventualmente determinarle, parabole passanti per i punti $\mathbf{P}(\mathbf{1}, \mathbf{2})$, $\mathbf{Q}(\mathbf{3}, \mathbf{0})$ e tangenti nel punto $\mathbf{R}(\mathbf{2}, \mathbf{1})$ alla retta di equazione $\mathbf{x} - \mathbf{y} - \mathbf{1} = \mathbf{0}$.