FACOLTÀ di INGEGNERIA
Prova Scritta di GEOMETRIA del 4 luglio 2008
Corso di laurea: Informatica ed Elettronica

[1] Si considerino le applicazioni lineari

$$\mathbf{L}: \mathbf{R^3} \to \mathbf{R^2} \qquad \mathbf{L(x, y, z) = (2x + y, x - z)}$$

e $\mathbf{T}: \mathbf{R^2} \to \mathbf{R^3}$ definita dalla seguente matrice

$$\mathbf{M^C_B(T)} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

ove $\mathbf{C}$ indica la base canonica di $\mathbf{R^2}$ e $\mathbf{B} = \{\mathbf{(0, 1, 2), (2, 1, 0), (2, 0, 1)}\}$. Stabilire se $\mathbf{T} \circ \mathbf{L}$ è suriettiva.

[2] Stabilire per quali valori del parametro reale $\mathbf{k}$ il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} \mathbf{x - y + z = 0} \\ \mathbf{y + kz = 1} \\ \mathbf{kx + 3kz = 2} \end{cases}$$

ammette soluzioni ed eventualmente determinarle.

[3] Determinare un'equazione omogenea per l'ellisse tangente nell'origine alla retta $\mathbf{2x - y = 0}$, passante per $\mathbf{P(1, 2i, 0)}$ e $\mathbf{Q(1, 3, 1)}$.

[4] Determinare, se esistono, un punto $\mathbf{R}$ sull'asse $\mathbf{x}$ ed un punto $\mathbf{S}$ sulla retta

$$r: \begin{cases} \mathbf{x + z = 0} \\ \mathbf{y + t = 0} \end{cases}$$

tali che la retta che li congiunge sia parallela al piano $\mathbf{x - y + 2z = 0}$