

la serie $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{a_n}{1+a_n}$ è una serie a termini non negativi il cui termine generale tende a zero. Calcoliamo

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{\frac{a_n}{1+a_n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n + 1 = 1.$$

Per il criterio del confronto asintotico le due serie hanno lo stesso comportamento e, siccome la serie $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ converge, converge anche $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{a_n}{1+a_n}$.