

Calcoliamo il seguente limite adoperando i teoremi di L'Hospital

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 3^x}{\sin x}.$$

Questo limite conduce, con un passaggio diretto, alla forma indeterminata $\frac{0}{0}$. Verifichiamo che si può adoperare la regola di L'Hospital.

Le due applicazioni al numeratore ed al denominatore risultano continue e derivabili in un intorno del punto zero; inoltre la derivata del denominatore, essendo uguale a $\cos x$, risulta diversa da zero in un intorno opportuno del punto zero. Allora adoperando la regola di L'Hospital si ha

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 3^x}{\sin x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x \log 2 - 3^x \log 3}{\cos x} \\ &= \log 2 - \log 3 = \log \frac{2}{3}. \end{aligned}$$