

Consideriamo la funzione $f(x) = x - \log(1+x)$. La funzione è di classe C^1 nell'insieme $x > -1$. Derivando si ottiene:

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{1+x} = \frac{x}{x+1}.$$

Studiando il segno di f' si osserva che la funzione f ha, in $x = 0$ un minimo assoluto; in tal punto la funzione vale 0. Dunque risulta

$$f(x) \geq f(0) = 0$$

e dunque abbiamo provato la disuguaglianza.