

Studiamo, per $x \geq 0$ il comportamento della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+x^n}.$$

La serie è a termini positivi quindi non può essere indeterminata.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{1+x^n} = \begin{cases} 1 & 0 \leq x < 1 \\ \frac{1}{2} & x = 1 \\ 0 & x > 1 \end{cases}$$

Pertanto la serie diverge per $0 \leq x \leq 1$ poiché il suo termine generale non tende a zero.

Per $x > 1$ $\frac{1}{1+x^n} \leq \left(\frac{1}{x}\right)^n$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ quindi per il criterio del confronto la serie converge poiché il suo termine generale è maggiorato dal termine generale di una serie geometrica di ragione positiva e minore di 1.