

Calcoliamo

$$\int \frac{\log(2 + e^x)^{e^{2x}}}{e^x} dx.$$

Poniamo  $e^x = t$  da cui  $dx = \frac{1}{t} dt$ . Si ha allora

$$\begin{aligned} \int \frac{\log(2 + e^x)^{e^{2x}}}{e^x} dx &= \int e^{2x} \frac{\log(2 + e^x)}{e^x} dx \\ &= \int e^x \log(2 + e^x) dx \\ &= \int t \log(2 + t) \frac{1}{t} dt \\ &= \int \log(2 + t) dt \\ &= \int (t)' \log(2 + t) dt \\ &= t \log(2 + t) - \int \frac{t}{2 + t} dt \\ &= t \log(2 + t) - \int \left(1 - \frac{2}{t + 2}\right) dt \\ &= t \log(2 + t) - t + 2 \log(2 + t) + C \\ &= e^x \log(2 + e^x) - e^x + 2 \log(2 + e^x) + C. \end{aligned}$$